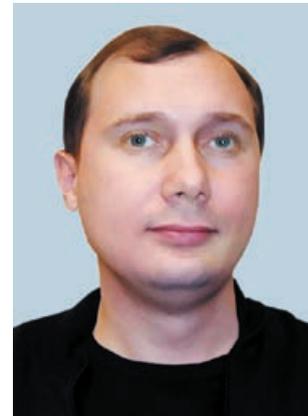


СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ЧЕТЫРЁХРОТОРНОГО КОНВЕРТОПЛАНА ПО КАНАЛАМ ТАНГАЖА И КРЕНА В ВЕРТИКАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

ATTITUDE CONTROL SYSTEM DESIGN BY QUAD TILTROTOR AT PITCH AND ROLL IN VERTICAL CONFIGURATION



С.А. Ахрамович¹,
akhramovichsa@gmail.com;
S.A. Akhramovich

А.В. Баринов¹,
аспирант,
alphard.ayer@gmail.com;
A.V. Barinov

В.В. Малышев¹,
профессор,
доктор технических наук,
veniaminmalyshev@mail.ru;
V.V. Malyshev

А.В. Старков¹,
кандидат технических наук,
starkov@goldstar.ru;
A.V. Starkov

В статье рассмотрен синтез системы стабилизации четырёхроторного конвертоплана по каналам тангажа и крена в вертикальном режиме полёта методом «бэкстеппинг». Представлены результаты моделирования, подтверждающие работоспособность предложенной системы стабилизации.

Ключевые слова:

малый беспилотный летательный аппарат; четырёхроторный конвертоплан; импеллер; система стабилизации.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваемый в статье четырёхроторный конвертоплан представляет собой малый беспилотный летательный аппарат (МБПЛА) с четырьмя поворотными импеллерами, расположенными на концах крыльев, которые жестко прикреплены к фюзеляжу (рисунок 1). Данный аппарат обладает преимуществами вертолёта и способен осуществлять верти-

The article overviews the attitude control system design by quad tiltrotor at pitch and roll in vertical configuration using backstepping method. And, finally, the modelling results are presented proving operational capabilities of the proposed attitude control system.

Key words:

small-size unmanned aerial vehicle; quad tiltrotor; ducted fan; attitude control system.

кальный взлёт и посадку при помощи импеллеров, в то же время он имеет возможность полёта в горизонтальном режиме подобно самолёту, обеспечивая подъёмную силу крыльями самолётного типа.

Импеллер — лопаточная машина, заключённая в кольцо. Такая конструкция позволяет существенно снизить перетекание воздуха на концах лопастей

¹ ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Россия, г. Москва.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Russia, Moscow.

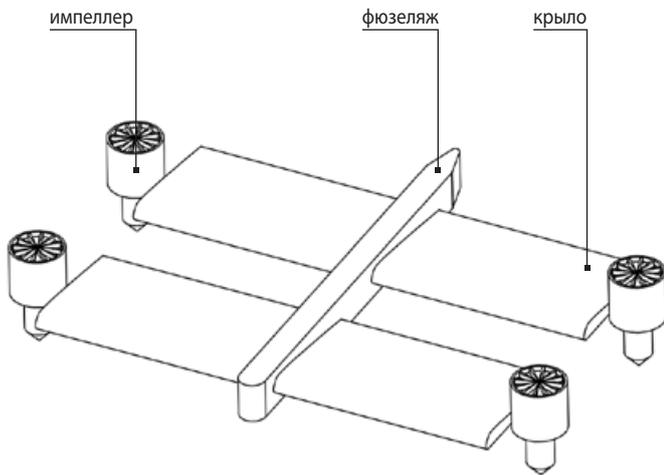


рисунок 1. Схема четырёхроторного конвертоплана

и тем самым уменьшить потери мощности на индуктивном сопротивлении. Кроме того, кольцо позволяет несколько снизить шумность воздушного винта. Импеллер включает воздухозаборник, ротор, двигатель, раму крепления двигателя и статор (рисунок 2). Воздух, затянутый в импеллер, выходит под давлением с высокой скоростью, за счёт чего возникает реактивная тяга (удельный импульс).

Четырёхроторный конвертоплан имеет три основных полётных режима: горизонтальный, вертикальный и переходный. В вертикальном режиме импеллеры расположены под углом 90 градусов относительно поверхности Земли; синхронное изменение скоростей вращения всех импеллеров поднимает аппарат в воздух, реализуя тем самым возможность вертикального взлёта и посадки.

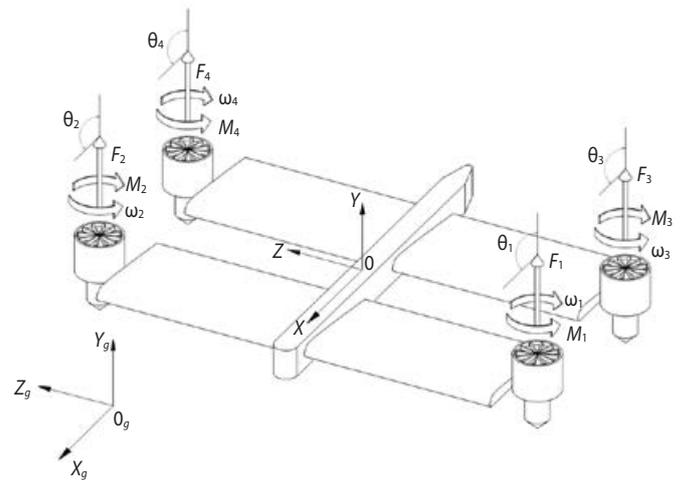


рисунок 3. Силы и моменты, действующие на исследуемый ЛА

Для осуществления манёвров в вертикальном режиме полёта необходимо выполнить задачу стабилизации БПЛА по каналам тангажа и крена. В настоящей работе производится синтез такой системы стабилизации для четырёхроторного конвертоплана с зафиксированными в вертикальном положении импеллерами с использованием метода «бэкстепинг».

1. Математическая модель четырёхроторного конвертоплана

На рисунке 3 показаны: взаимное положение связанной ($OXYZ$) и нормальной земной ($O_0X_gY_gZ_g$) систем координат, действующие на конвертоплан силы (F_1, F_2, F_3, F_4), моменты от сопротивления импеллеров

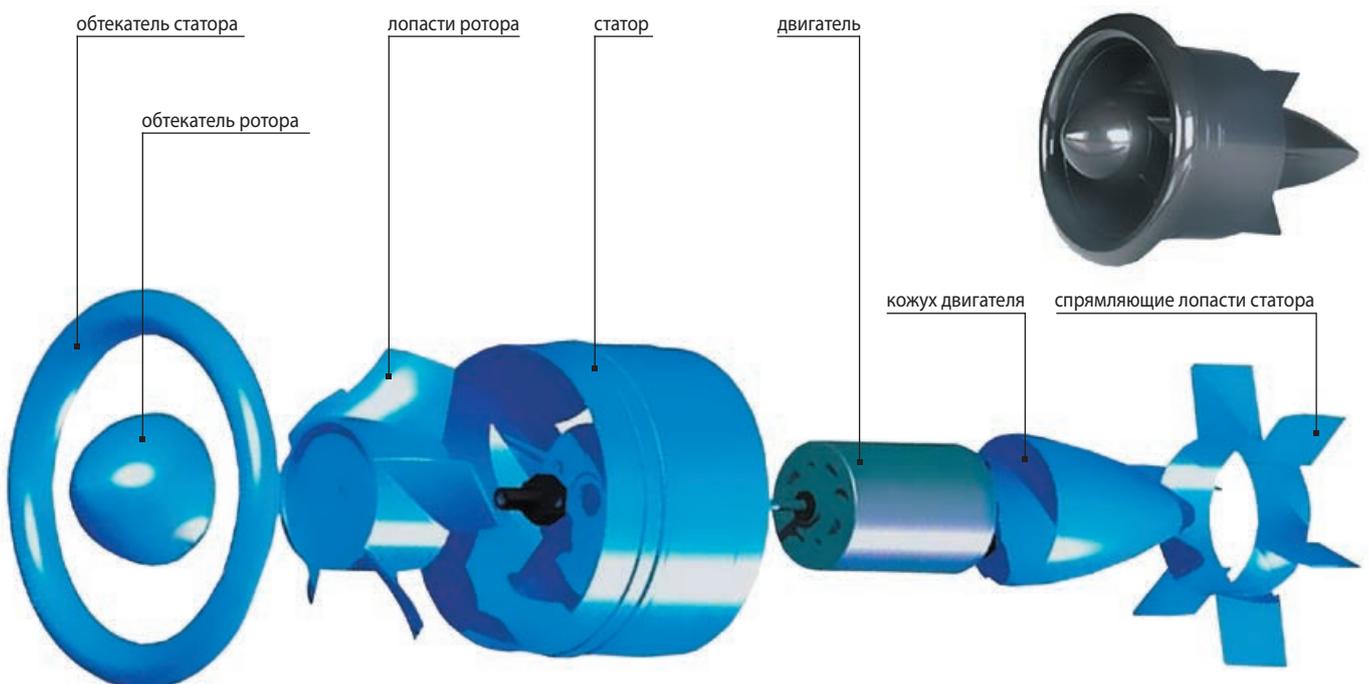


рисунок 2. Схема импеллера

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ЧЕТЫРЁХРОТОРНОГО КОНВЕРТОПЛАНА ПО КАНАЛАМ ТАНГАЖА И КРЕНА В ВЕРТИКАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

(M_1, M_2, M_3, M_4), скорости вращения импеллеров ($\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$). Положение импеллеров относительно фюзеляжа задано соответствующими углами ($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$).

Будем полагать, что связанные оси координат совпадают с главными центральными осями инерции, а центробежные моменты равны нулю. Воспользуемся известными результатами динамики твёрдого тела (Яблонский А.А., Никифорова В.М., 2009) запишем уравнения вращательного движения в форме Эйлера (Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С., 1973):

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{M_x}{I_x} \\ \dot{\omega}_y = \frac{I_z - I_x}{I_y} \omega_x \omega_z + \frac{M_y}{I_y} \\ \dot{\omega}_z = \frac{I_x - I_y}{I_z} \omega_x \omega_y + \frac{M_z}{I_z} \end{cases} \quad (1)$$

где $\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$ – проекции вектора угловой скорости аппарата на связанную систему координат; M_x, M_y, M_z – проекции результирующего момента, действующего на ЛА, на соответствующие оси; I_x, I_y, I_z – главные моменты инерции ЛА.

Результирующий момент является суммой составляющих:

$$M = M_q + M_a + M_g \quad (2)$$

где M_q – момент, создаваемый импеллерами; M_a – аэродинамический момент; M_g – гироскопический момент импеллеров.

В границах задачи стабилизации исследуемого ЛА при зафиксированных импеллерах в положении $\theta_i = 0^\circ$ пренебрежём учётом влияния аэродинамики в связи с тем, что скорость БПЛА при работе в вертикальном режиме мала ($M_a = 0$).

$$M_q = I_s \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & -c_{\theta_2} & c_{\theta_3} & -c_{\theta_4} \\ s_{\theta_1} & -s_{\theta_2} & s_{\theta_3} & -s_{\theta_4} \\ \frac{l_1}{l_s} c_{\theta_1} & \frac{l_1}{l_s} c_{\theta_2} & -\frac{l_1}{l_s} c_{\theta_3} & -\frac{l_1}{l_s} c_{\theta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k\omega_1^2 \\ k\omega_2^2 \\ k\omega_3^2 \\ k\omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

где l_s – расстояние от оси цилиндра импеллера до оси OX связанной системы координат; l_1 – расстояние от оси цилиндра импеллера до оси OZ связанной системы координат; ω_i – угловая частота вращения соответствующего импеллера; k – коэффициент пропорциональности; $c_{\theta_i}, s_{\theta_i} = \cos(\theta_i)$ и $\sin(\theta_i)$ соответственно.

$$M_g = \sum_{i=1}^4 I_{imp} \left[\eta_i \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} s_{\theta_i} \\ c_{\theta_i} \\ 0 \end{bmatrix} \omega_i \right] \quad (4)$$

где $\eta_i = [1 \ -1 \ -1 \ 1]$ – коэффициенты, характеризующие направление вращения импеллера; I_{imp} – момент инерции импеллера.

Таким образом, уравнения динамики для случая вертикального взлёта (т.е. для случая $\theta_i = 0$) принимают вид:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{M_x}{I_x} - \frac{I_{imp}}{I_x} \omega_z \omega_p \\ \dot{\omega}_y = \frac{I_z - I_x}{I_y} \omega_x \omega_z \\ \dot{\omega}_z = \frac{I_x - I_y}{I_z} \omega_x \omega_y + \frac{M_z}{I_z} + \frac{I_{imp}}{I_z} \omega_x \omega_p \end{cases} \quad (5)$$

где $M_x = kl_s(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2)$; $M_z = kl_l(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2)$; $\omega_p = \omega_1 - \omega_2 - \omega_3 + \omega_4$.

Кинематические уравнения имеют вид (Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С., 1973):

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \omega_x - \text{tg}\vartheta(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \\ \dot{\psi} = \frac{1}{\cos\vartheta}(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \\ \dot{\vartheta} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma \end{cases} \quad (6)$$

В штатном режиме работы системы стабилизации по тангажу и крену для создания необходимых моментов M_x, M_z формируются управляющие сигналы u_1, u_2, u_3, u_4 , каждый из которых подаётся на соответствующий импеллер, влияя на суммарный момент изменением частоты вращения мотора. Таким образом, данные управляющие сигналы сформируем в виде:

$$\begin{cases} u_1 = k_u \omega_1 \\ u_2 = k_u \omega_2 \\ u_3 = k_u \omega_3 \\ u_4 = k_u \omega_4 \end{cases} \quad (7)$$

где k_u – пропорциональный коэффициент управляющего воздействия и запишем уравнения формируемых моментов M_x, M_z , основанные на (3), с учётом (7) для случая вертикального взлёта:

$$\begin{cases} M_x = kl_s \left(\left(\frac{u_1}{k_u} \right)^2 - \left(\frac{u_2}{k_u} \right)^2 + \left(\frac{u_3}{k_u} \right)^2 - \left(\frac{u_4}{k_u} \right)^2 \right) \\ M_z = kl_l \left(\left(\frac{u_1}{k_u} \right)^2 + \left(\frac{u_2}{k_u} \right)^2 - \left(\frac{u_3}{k_u} \right)^2 - \left(\frac{u_4}{k_u} \right)^2 \right) \end{cases} \quad (8)$$

2. Синтез системы стабилизации

Для синтеза системы стабилизации воспользуемся методом «бэкстеппинг». Бэкстеппинг (backstepping) – это рекурсивная процедура, в которой совмещены задачи нахождения функции Ляпунова и соответствующего закона управления. Согласно этому методу, предложенному П. Кокотовичем (1990) задача разработки закона управления для всей системы разбивается на последовательность соответствующих подзадач до подсистем меньшего порядка. Метод «бэкстеппинга» часто позволяет сравнительно легко решить задачи стабилизации и слежения с использованием робастного управления в условиях менее ограничительных, чем в случае использования таких методик, как метод ляпуновского синтеза, метод

скользящего режима, метод нелинейного демпфирования и др. (Халил Х.К., 2009).

Введём обозначения управляющих сигналов:

$$\begin{cases} U_1 = M_x \\ U_2 = M_z \end{cases}$$

Рассмотрим отдельно систему уравнений, необходимую для синтеза системы стабилизации по каналу крена:

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \omega_x - \text{tg}\vartheta(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \\ \dot{\omega}_x = \frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{U_1}{I_x} - \frac{I_{imp}}{I_x} \omega_z \omega_p \end{cases} \quad (9)$$

В первом уравнении ω_x выступает в качестве входа. Согласно методу «бэкстеппинг» введём виртуальное управление ω_{xd} .

Для данного уравнения функция Ляпунова:

$$V_1 = \frac{1}{2} \gamma^2.$$

Производная функции Ляпунова

$$\dot{V}_1 = \gamma \dot{\gamma} = \gamma \omega_{xd} - \gamma \text{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma).$$

Из теоремы Ляпунова, чтобы система была устойчивой, должно выполняться условие:

$$\gamma \omega_{xd} - \gamma \text{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \leq -W_1(\gamma),$$

где W_1 – некоторая положительная функция, которая принимает значение 0 при $\gamma=0$. В качестве W_1 удобно выбирать сумму квадратов вектора состояния. Тогда

$$\gamma \omega_{xd} - \gamma \text{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \leq -k_1 \gamma^2.$$

Отсюда

$$\omega_{xd} = \text{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) - k_1 \gamma.$$

Отклонение ω_x и ω_{xd} называется ошибкой состояния z .

$$z = \omega_x - \omega_{xd} = \omega_x + k_1 \gamma - \text{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma).$$

Перепишем нашу систему после ввода ошибки состояния:

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = z - k_1 \gamma; \\ \dot{z} = \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{U_1}{I_x} - \frac{I_{imp}}{I_x} \omega_z \omega_p \right) + k_1 (z - k_1 \gamma) + \text{tg}\vartheta (\omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma) (z - k_1 \gamma) \end{cases}$$

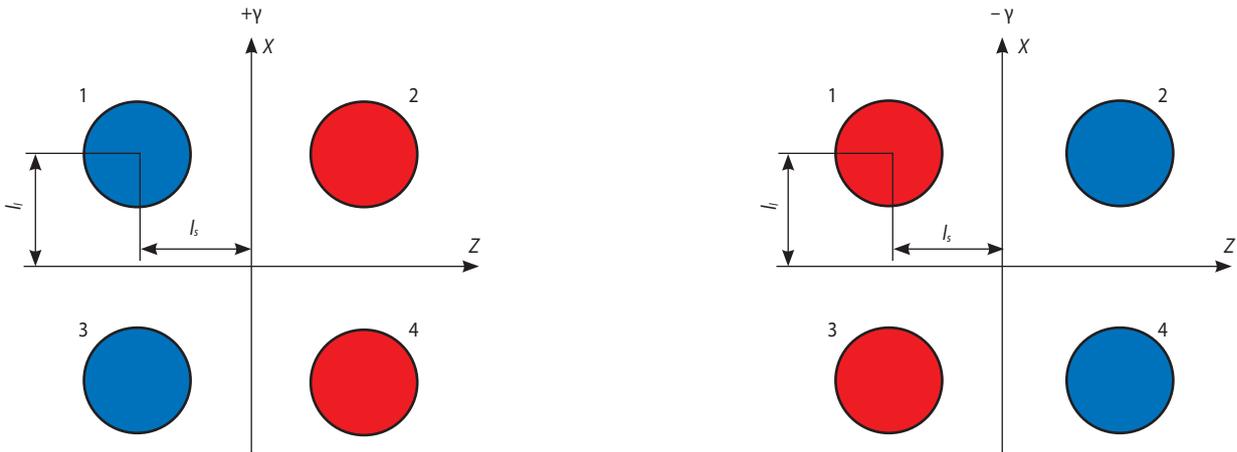


рисунок 4. Распределение закона управления для канала крена (красный – увеличение частоты вращения, синий – уменьшение частоты вращения)

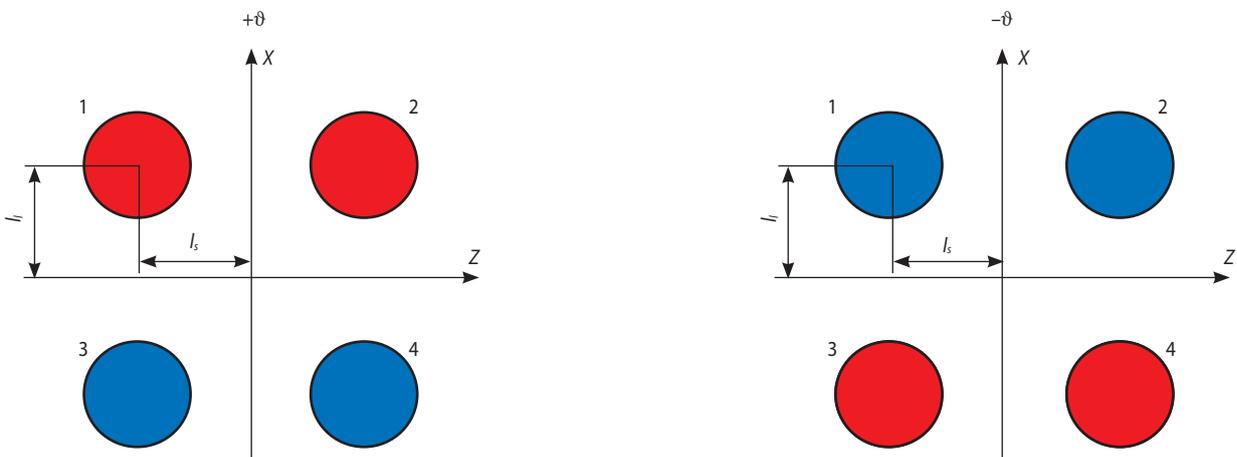


рисунок 5. Распределение закона управления для канала тангажа (красный – увеличение частоты вращения, синий – уменьшение частоты вращения)

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ЧЕТЫРЁХРОТОРНОГО КОНВЕРТОПЛАНА ПО КАНАЛАМ ТАНГАЖА И КРЕНА В ВЕРТИКАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

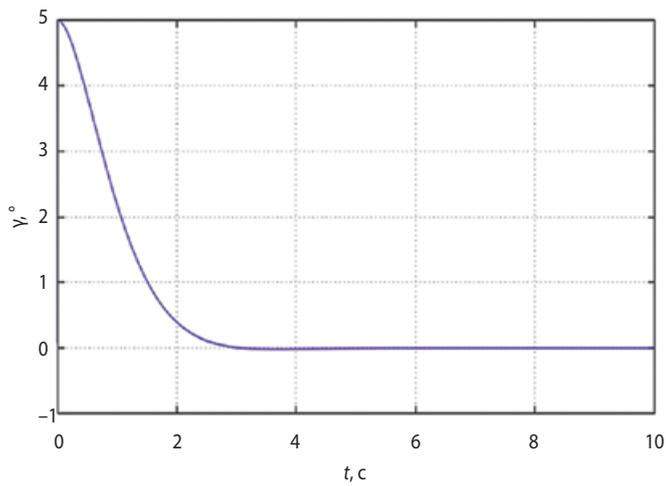


рисунок 6. Изменения угла крена при использовании регулятора, синтезированного методом «бэкстеппинг»

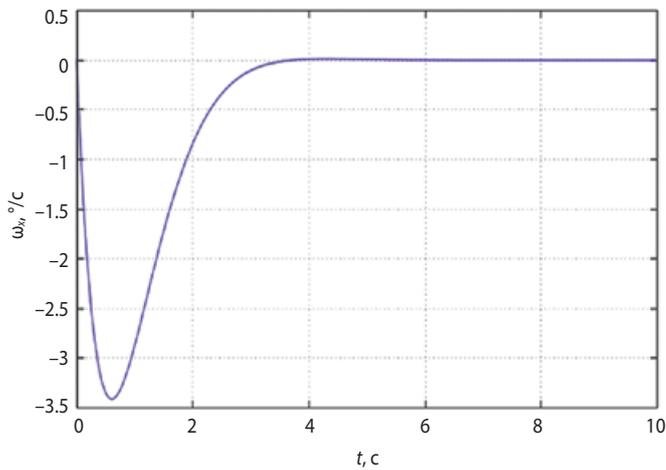


рисунок 7. Проекция угловой скорости ЛА на ось X связанной системы координат при использовании регулятора, синтезированного методом «бэкстеппинг»

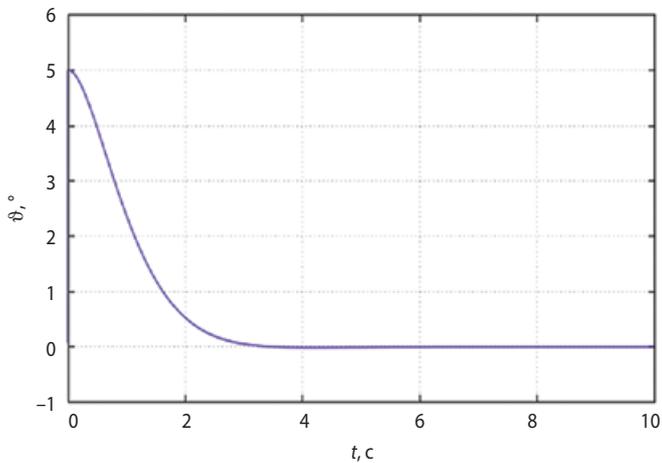


рисунок 8. Изменения угла тангажа при использовании регулятора, синтезированного методом «бэкстеппинг»

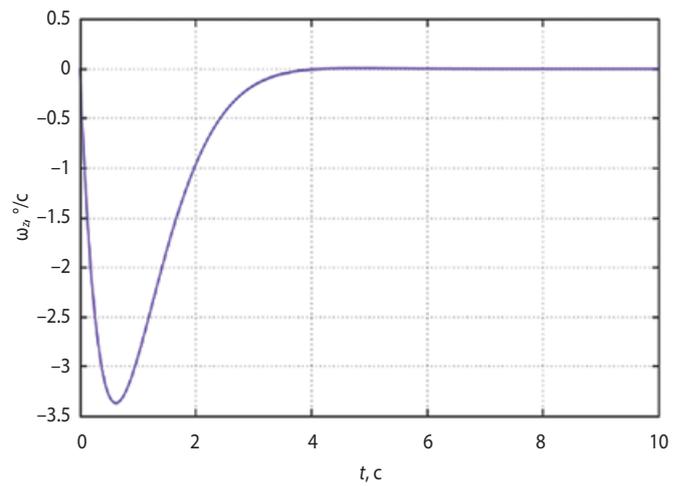


рисунок 9. Проекция угловой скорости ЛА на ось Z связанной системы координат при использовании регулятора, синтезированного методом «бэкстеппинг»

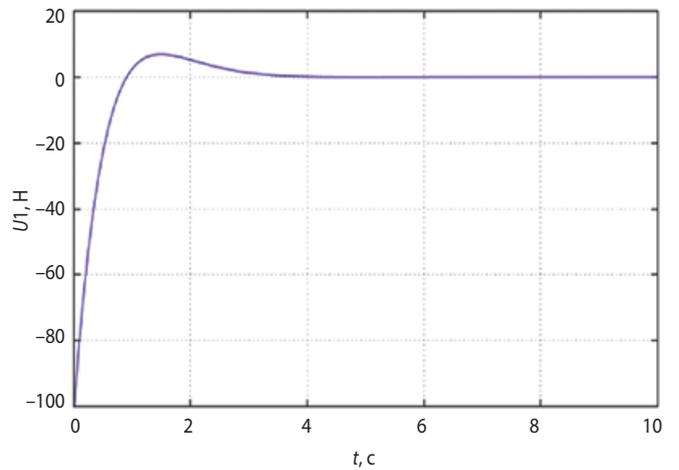


рисунок 10. Управление по каналу крена

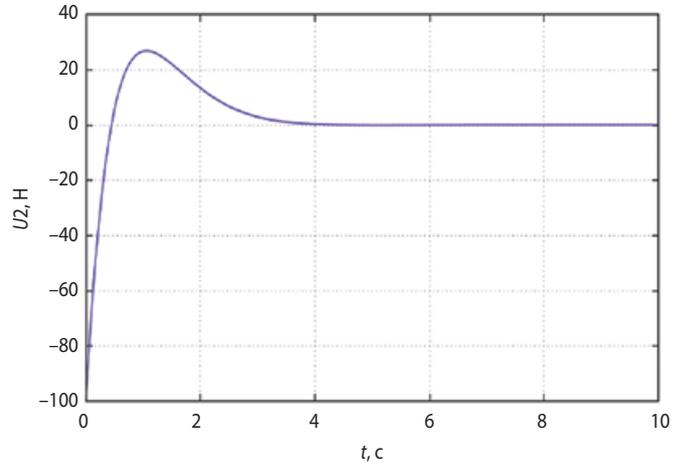


рисунок 11. Управление по каналу тангажа

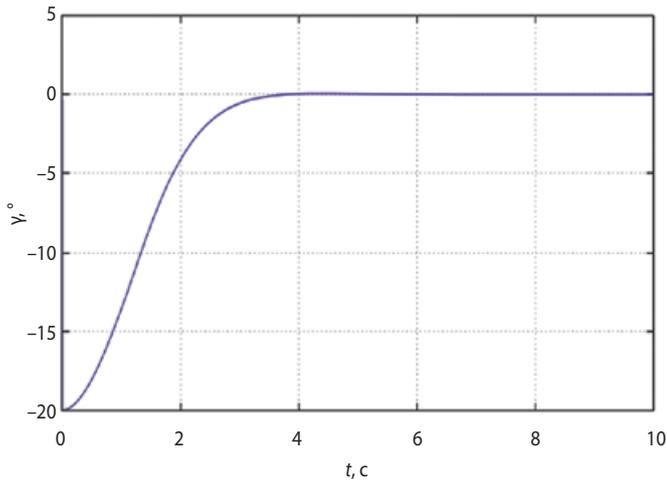


рисунок 12. Изменения угла крена

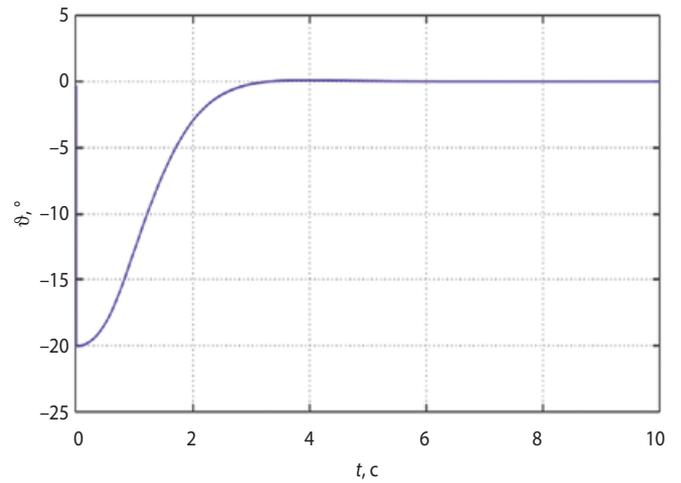


рисунок 14. Изменения угла тангажа

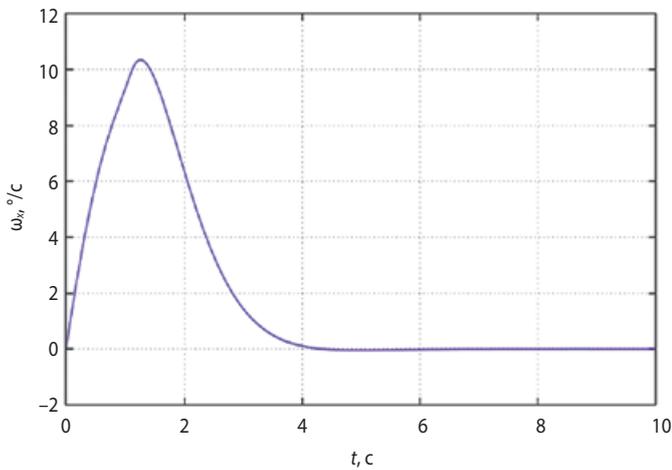


рисунок 13. Проекция угловой скорости ЛА на ось X связанной системы координат

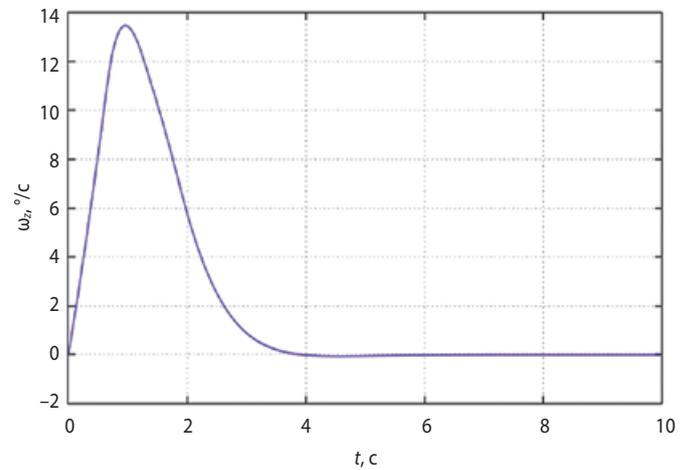


рисунок 15. Проекция угловой скорости ЛА на ось Z связанной системы координат

Теперь нужно включить ошибку состояния z в функцию Ляпунова:

$$V(\gamma, z) = \frac{1}{2} \gamma^2 + \frac{1}{2} z^2;$$

$$\dot{V}(\gamma, z) = \dot{\gamma}(z - k_1\gamma) + z \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{U_1}{I_x} - \frac{I_{imp}}{I_x} \omega_z \omega_p \right) + k_1(z - k_1\gamma) + \text{tg}\vartheta (\omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma)(z - k_1\gamma) \leq -W_2.$$

Отсюда имеем

$$W_2 = k_1\gamma^2 + k_2z^2$$

получаем

$$z \left(\left(\gamma + \frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{U_1}{I_x} - \frac{I_{imp}}{I_x} \omega_z \omega_p \right) + k_1(z - k_1\gamma) + \text{tg}\vartheta (\omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma)(z - k_1\gamma) \right) \leq -k_2z^2.$$

Выполнив преобразования, выразим непосредственно управление:

$$U_1 = -I_x \left(k_1 + \text{tg}\vartheta (\omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma) \cdot (\omega_x - \text{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma)) + \gamma + k_2(\omega_x + k_1\gamma - \text{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma)) + \frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z - \frac{I_{imp}}{I_x} \omega_z \omega_p \right) \quad (10)$$

Аналогичным методом получим закон управления для системы стабилизации по каналу тангажа. Для этого рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \dot{\vartheta} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma \\ \dot{\omega}_z = \frac{I_x - I_y}{I_z} \omega_x \omega_y + \frac{u_2}{I_z} + \frac{I_{imp}}{I_z} \omega_x \omega_p \end{cases} \quad (11)$$

Управление для канала тангажа принимает вид:

$$U_2 = -I_z \left(\frac{k_3}{\cos\gamma} (\omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma) + \vartheta \cos\gamma + k_4 \left(\omega_z + \frac{1}{\cos\gamma} (\omega_y \sin\gamma + k_3\vartheta) \right) + \frac{I_x - I_y}{I_z} \omega_x \omega_y + \frac{I_{imp}}{I_z} \omega_x \omega_p \right). \quad (12)$$

Полученные управляющие сигналы численно равны моментам сил тяг импеллеров, спроектированных на соответствующие оси связанной системы координат. Сформируем закон управления для каждого импеллера.

Для управления по крену в положительном направлении изменения угла необходимо увеличить частоту вращения импеллеров 1 и 2 на некоторый коэффициент a , и уменьшить на тот же коэффициент частоту вращения импеллеров 1 и 3:

$$U_1 = kl_s (2\omega_1^2 - 2\omega_3^2) = 2kl_s (\omega_1^2 - \omega_3^2).$$

Исходя из того, что среднее арифметическое частот вращения должно быть постоянным (газ висения), получим:

$$U_1 = 2kl_s ((\omega_b - a)^2 - (\omega_b + a)^2).$$

Тогда

$$a = -\frac{U_1}{2kl_s \omega_b},$$

и для каждого импеллера:

$$\omega_1 = \omega_3 = \omega_b + \frac{U_1}{2kl_s \omega_b}; \quad (13)$$

$$\omega_2 = \omega_4 = \omega_b - \frac{U_1}{2kl_s \omega_b}. \quad (14)$$

Таким образом, конечные законы управления для случая стабилизации по каналу крена примут вид:

$$u_1 = u_3 = \frac{\omega_b}{k_u} + \frac{U_1}{2kk_u l_s \omega_b}; \quad (15)$$

$$u_2 = u_4 = \frac{\omega_b}{k_u} - \frac{U_1}{2kk_u l_s \omega_b}. \quad (16)$$

Проведём аналогичные рассуждения для случая стабилизации по тангажу. В этом случае для изменения угла тангажа в положительном направлении необходимо увеличивать частоту вращения пары импеллеров 1 и 2.

Полученные частоты вращения:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_b + \frac{U_2}{2kl_l \omega_b}; \quad (17)$$

$$\omega_3 = \omega_4 = \omega_b - \frac{U_2}{2kl_l \omega_b}, \quad (18)$$

и соответствующие законы управления по каналу тангажа:

$$u_1 = u_2 = \frac{\omega_b}{k_u} + \frac{U_2}{2kk_u l_l \omega_b}; \quad (19)$$

$$u_3 = u_4 = \frac{\omega_b}{k_u} - \frac{U_2}{2kk_u l_l \omega_b}. \quad (20)$$

3. Результаты моделирования

Работоспособность предложенного регулятора рассчитывалась с помощью математического моделирования, программная реализация которого выполнена на языке C++, графики созданы с помощью GnuPlot.

На рисунках 6–9 изображены результаты численного решения систем уравнений, используемых ранее для синтеза системы стабилизации по каналам крена и тангажа, в которые включены найденные регуляторы. Решение проводилось методом Рунге – Кутты четвёртого порядка. Начальные условия $\gamma_0 = 5^\circ$, $\omega_x = 0^\circ/\text{с}$, $\vartheta_0 = 5^\circ$, $\omega_z = 0^\circ/\text{с}$. Коэффициенты подобраны вручную и равны $k_1 = 0,6$, $k_2 = 3$, $k_3 = 1$, $k_4 = 2$. Время интегрирования равно 10 с.

На рисунках 10, 11 изображены графики управляющих воздействий.

На рисунках 12, 13, 14, 15 показан случай стабилизации конвертоплана с начальными условиями $\gamma_0 = -20^\circ$, $\omega_x = 0^\circ/\text{с}$, $\vartheta_0 = -20^\circ$, $\omega_z = 0^\circ/\text{с}$ при тех же коэффициентах.

заключение

Разработана и проверена система стабилизации четырёхроторного конвертоплана по каналам тангажа и крена методом «бэкстеппинг». Результаты моделирования показывают работоспособность алгоритма и возможность его реализации. Для уточнения управления в исследуемую математическую модель конвертоплана необходимо включить компоненты, учитывающие инерционность импеллеров.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания (проект № 9.7505.2017/БЧ).

список литературы

Брусов В.С., Карчаев Х.Ж., Клименко Н.Н., Мартынов М.Б. и др. Проблемы создания псевдоспутников – высотных атмосферных беспилотных летательных аппаратов на солнечной энергии // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2015. № 1. С. 71-79.

Казмерчук П.В. Метод линеаризации в задачах оптимизации траекторий КА с малой тягой. Теоретические аспекты // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2015. № 4. С. 37-42.

Клименко Н.Н. Предварительное проектирование псевдокосмических аппаратов: базовые методы и критерии осуществимости // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2015. № 1. С. 55-65.

Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973. 616 с.

Халил Х.К. Нелинейные системы. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. 832 с.

Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики: учеб. пособие для вузов. 13-е изд., испр. М.: Интеграл-Пресс, 2009. 603 с.

Статья поступила в редакцию 18.09.2017 г.